Title	或ル積分方程式ニ就テ
Author(s)	石橋, 榮
Citation	全国紙上数学談話会. 50 p.2-p.4
Issue Date	1935-07-27
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74097
rights	
Note	

175. 或ル積分方程式ニ就テ

石橋 榮（關西學院）

方程式

$$\int_0^\infty e^{-tz}\{z+\varphi(t)\}f(t)\,dt=1 \quad \text{-------------} (1)$$

ニ於テ t ハ實変数、z ハ複素変数、又 $\varphi(t)$ ハ與ヘラレタ既知ノ函數デ區間 $0\leqq t<+\infty$ ニ於テ連續、且ツ

$$\lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int_0^t\varphi(t)\,dt=\lambda\ (>0) \quad \text{-------------} (A)$$

トスル、從ツテ

$$t\to\infty \text{ ノトキ } \int_0^t\varphi(t)\,dt\to\infty \quad \text{-------------} (A')$$

然ラバ

$$f(t)=e^{-\int_0^t\varphi(t)\,dt} \quad \text{-------------} (2)$$

ハ方程式 (1) ヲ滿足スル。

ソレヲ證明スルタメニ、(2) ノ $f(t)$ ヲ使テ Laplace 積分

$$J(z)=\int_0^\infty e^{-tz}f(t)\,dt \quad \text{-------------} (3)$$

ヲ考ヘル、之ハz平面ニ於ケル直線 $x=-\lambda$ ノ右半平面デ確カニ收斂スル。(*) 但シ $z=x+iy$. 從ッテソノ區域ニ於テ $J(z)$ ハ確定シタ値ヲ有ツ、$J(z)$ ニ部分積分法ヲ適用スルト

$$\int_0^\infty e^{-tz}f(t)\,dt=\left[-\frac{e^{-tz}}{z}f(t)\right]_0^\infty+\frac{1}{z}\int_0^\infty e^{-tz}f'(t)\,dt$$

$$=\frac{1}{z}+\frac{1}{z}\int_0^\infty e^{-tz}\left(-\varphi(t)\right)\cdot f(t)\,dt$$

故ニ

$$\int_0^\infty e^{-tz}\left(z+\varphi(t)\right)\cdot f(t)\,dt=1$$

〔附記〕 念ノタメニ(*)ヲ證明シテミル。

$z=x+iy$ ガ $x>-\lambda$ トスレバ $x>\xi>-\lambda$ ナル ξ ヲトル。

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\log f(t)}{t}=\lim_{t\to\infty}\frac{-1}{t}\int_0^t\varphi(t)\,dt=-\lambda$$

ダカラ ξ ニ對シテ t_0 ヲ充分大キクトレバ

$$t>t_0 \text{ ノトキ } \frac{\log f(t)}{t}<\xi$$

從ッテ $f(t)<e^{\xi t}$

一方 $|e^{-z}|=e^{-x}<e^{-\xi}$ ダカラ $e^{-x}=\theta\cdot e^{-\xi}$ トオケバ

$0<\theta<1$

然ラバ

$$R_{t_0}=\left|\int_{t_0}^{\infty}e^{-xt}f(t)\,dt\right|\leqq\int_{t_0}^{\infty}e^{-xt}f(t)\,dt<\int_{t_0}^{\infty}(\theta e^{-\xi})^{t}\cdot e^{\xi t}\,dt$$

$$=\int_{t_0}^{\infty}\theta^{t}\,dt=\frac{\theta^{t_0}}{\log\theta}$$

故ニ　$t_0\to\infty$ ノトキ $R_{t_0}\to 0$．即チ $J(x)$ ハ收斂スル。